



# حلج سنج

آزمون حلی سنج ۶

۳ آذر ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم - رشته ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	ریاضیات	۱۷	۱	۱۷	۲۶ دقیقه	حسابان: حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده
		۱۲	۱۸	۲۹	۲۴ دقیقه	هندسه: صبا مهدوی
		۱۱	۳۰	۴۰	۲۰ دقیقه	گسسته: احسان ایزدپناه محمد پیشنماز علیرضا شریف خطیبی

 @helli\_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- تابع  $f(x) = [x^2] + \left[\frac{-2}{x}\right]$  در چند نقطه با طول صحیح حد دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      ۴ (۴) صفر

۲- اختلاف حد چپ و حد راست تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{4-\tan^2 x}}}{\tan x}$  در نقطه  $x = 0$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)       $2\sqrt{2}$  (۳)      ۴ (۴) صفر

۳- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+b}{a(\sqrt{2-\sqrt{x}}-1)} = b$  باشد مقدار  $a - b$  کدام است؟

- ۸ (۱)      ۱۲ (۲)      ۶ (۳)      ۰ (۴)

۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{\tan^2 x - \sin^2 x}}{1 + \cos x}$  برابر کدام است؟

- ۲ (۱)      ۲ (۲)       $\sqrt{2}$  (۳)       $-\sqrt{2}$  (۴)

۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{a+1}{x^2-x} + \frac{ax+1}{x^2-2x+2} \right)$  برابر عدد حقیقی  $b$  است. مقدار  $[b + 3a]$  کدام است؟

- ۳ (۱)      -۱ (۲)      -۲ (۳)      ۴ (۴)

۶- تابع  $f(x) = \left[ \frac{2x}{3x-1} \right]$  در بازه  $(\alpha, \frac{4}{11})$  در تمام نقاط حد دارد. حداقل مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- ۰/۳۶ (۱)      ۰/۳۲ (۲)      ۰/۲۴ (۳)      ۰/۱۶ (۴)

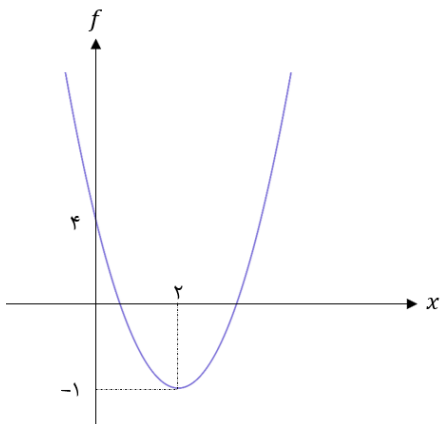
۷- در تابع  $f(x) = \frac{ax^2-2x+2}{bx^2-x-2c}$  اگر  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  حاصل  $f(1)$  کدام است؟

- $-\frac{2}{9}$  (۱)       $\frac{1}{3}$  (۲)      ۴ (۳)       $\frac{7}{3}$  (۴)

۸- اگر تابع  $f$ ، تابع خطی باشد و نمودار تابع  $g$  به صورت زیر باشد،

با فرض  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x f^{-1}(x) + 2x - 1}{g(x)} = \frac{2}{3}$ ، شیب تابع  $f$  کدام است؟

- $\frac{15}{8}$  (۱)       $\frac{8}{15}$  (۲)       $-\frac{2}{4}$  (۳)       $\frac{2}{3}$  (۴)



محل انجام محاسبات

۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} \tan \frac{\pi}{2} x$  کدام است؟

- ۱)  $+\infty$       ۲)  $\frac{\pi}{2}$       ۳)  $-\infty$       ۴)  $3\frac{\pi}{4}$

۱۰- با فرض  $f(x) = \frac{|4x-1|-3}{2x-2|x|}$  و  $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow -} g \circ f$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f \circ g$  به ترتیب کدام است؟

- ۱)  $+\infty$  و  $-\infty$       ۲)  $+\infty$  و ۱      ۳)  $-\infty$  و -۱      ۴)  $-\infty$  و ۱

۱۱- در چه تعداد از مجانب های قائم تابع  $f(x) = \frac{[\frac{x}{2}] - 3x}{(x^2-9)(1-2x)}$ ، رفتار تابع در اطراف مجانب قائم به صورت می باشد. [ ] نماد جزء صحیح می باشد.

- ۱) ۰      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۳

۱۲- با فرض  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(ax-1)(ax^2-2)(ax^3-3)(ax^4-4)}}{2x^n+x^2+2} = L$  حاصل  $\frac{2L}{a^2} + n$  کدام است؟

- ۱) ۶      ۲) ۴      ۳) ۳      ۴) ۲

۱۳- اگر تابع  $f(x) = \frac{2x^2+6}{ax^2+bx-6c}$  فقط دارای یک مجانب افقی و یک مجانب قائم باشد و همچنین محل برخورد دو مجانب نقطه  $A|_{\frac{-1}{2}}$  باشد. حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

- ۱) ۶      ۲)  $\frac{17}{6}$       ۳) ۳      ۴)  $\frac{19}{6}$

۱۴- تابع  $f(x) = \frac{(a-2)x^2+bx+c}{dx+e}$  مفروض است. اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = 4$  فاصله محل برخورد مجانب های تابع  $f$  از مبدا مختصات چقدر است؟

- ۱)  $\sqrt{153}$       ۲)  $\frac{\sqrt{153}}{4}$       ۳)  $\frac{\sqrt{250}}{4}$       ۴)  $\frac{15}{4}$

۱۵- معادله  $1 = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cot\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$  در بازه  $(0, 2\pi)$  چند جواب دارد؟

- ۱) ۸      ۲) ۶      ۳) ۲      ۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۶- مجموع ریشه‌های معادله  $1 + 2\cos^2 x - 2\sin 2x = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  برابر  $\theta$  است. حاصل  $\sin\theta$  کدام است؟

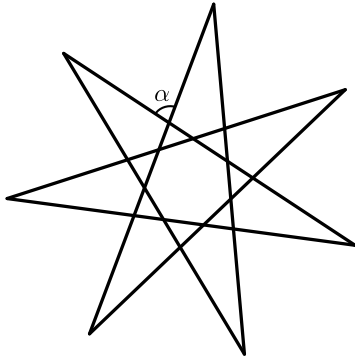
- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{-4}{5}$  (۴)  $\frac{-3}{5}$

۱۷- اگر  $x = a$  یک جواب معادله مثلثاتی  $1 = 3\sin(x - \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3}\cos x + 3\sin x$  باشد. جواب معادله مثلثاتی مقدار

$\sin(a + \frac{\pi}{6})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{-1}{\sqrt{3}}$  (۲)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۳)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۴)  $\frac{-1}{\sqrt{2}}$

۱۸- ستاره‌ی هفت رأس منظمی در شکل رسم شده است. زاویه‌ی  $\alpha$  چند درجه است؟

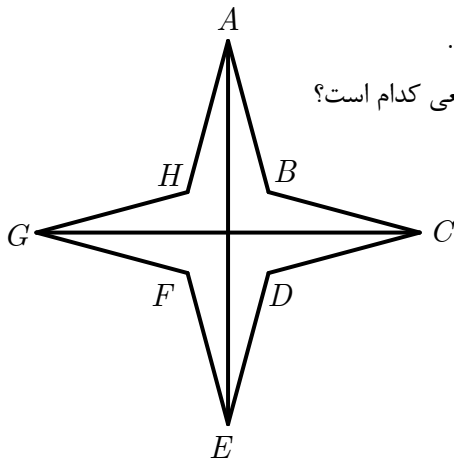


- (۱)  $\frac{540}{7}$  (۲)  $\frac{450}{7}$

- (۳)  $\frac{360}{7}$  (۴)  $\frac{180}{7}$

۱۹- مثلث  $ABC$  با اطلاعات  $AB = 5$ ،  $AC = 8$  و  $\hat{BAC} = 60^\circ$  مفروض است. شش ضلعی منظم  $UVWXYZ$  داخل این مثلث طوری قرار گرفته است که رئوس  $U$  و  $V$  روی ضلع  $AB$ ، رئوس  $W$  و  $X$  روی ضلع  $AC$  و رأس  $Z$  روی ضلع  $CB$  قرار دارد. طول ضلع این شش ضلعی کدام است؟

- (۱) ۵ (۲)  $\frac{40}{21}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $\frac{13}{8}$



۲۰- زاویه‌ی مقعر (بیشتر از  $180^\circ$ ) هشت ضلعی منظم  $ABCDEFGH$  برابر  $240^\circ$  می‌باشد.

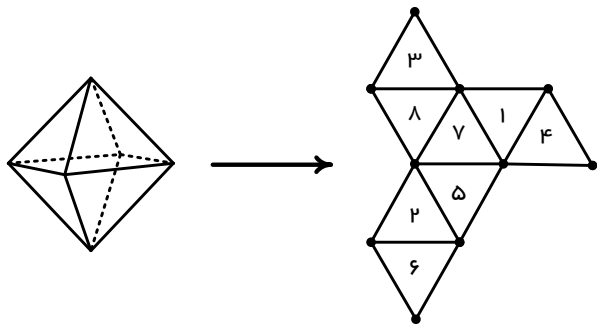
قطرهای  $AE$  و  $GC$  عمود منصف یکدیگرند و طولشان برابر ۲ می‌باشد. مساحت این هشت ضلعی کدام است؟

- (۱)  $\frac{6 - 2\sqrt{3}}{3}$  (۲) ۸

- (۳)  $\frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}$  (۴) ۱

محل انجام محاسبات

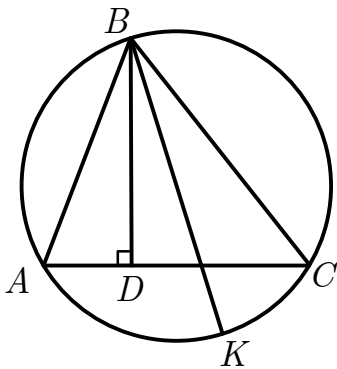
۲۱- شکل مقابل گسترده‌ی یک هشت‌وجهی منتظم است که وجه‌های آن شماره گذاری شده است. در هشت‌وجهی منتظم، مجموع شماره‌ی وجه‌های مجاور وجه شماره‌ی ۳ کدام است؟ (دو وجه را در صورتی مجاور می‌گوییم که یک یال مشترک داشته باشند).



- (۱) ۱۳  
(۲) ۱۵  
(۳) ۱۷  
(۴) ۱۸

۲۲- خطوط  $m, n, p$  و  $q$  در فضا مفروضند. اگر  $m \perp n$  و  $p \perp q$  و  $m \parallel p$  کدام گزینه قطعاً درباره‌ی  $n$  و  $q$  صحیح می‌باشد؟

- (۱) موازی‌اند.  
(۲) عمودند.  
(۳) متنافرند.  
(۴) مشخص نمی‌باشد.

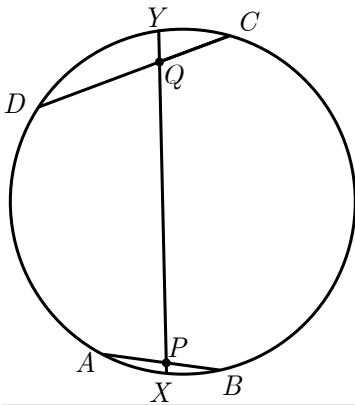


۲۳- در شکل پاره‌خط  $BK$  قطر دایره است.

اگر  $\hat{BAC} = 70^\circ$  و  $\hat{BCA} = 50^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $\hat{DBK}$  کدام است؟

- (۱)  $10^\circ$   
(۲)  $20^\circ$   
(۳)  $30^\circ$   
(۴)  $40^\circ$

۲۴- نقاط  $A, B, C, D$  روی یک دایره طوری قرار گرفته‌اند که  $AB = 11$  و  $CD = 19$ . نقطه‌ی  $P$  روی وتر  $AB$  طوری قرار گرفته است که  $AP = 6$  و  $PQ = 7$  روی  $CD$  طوری که  $CQ = 7$ . خط گذرنده از  $P$  و  $Q$  دایره را در نقاط  $X$  و  $Y$  قطع می‌کند. اگر  $PQ = 27$  باشد، آن‌گاه  $XY$  کدام است؟

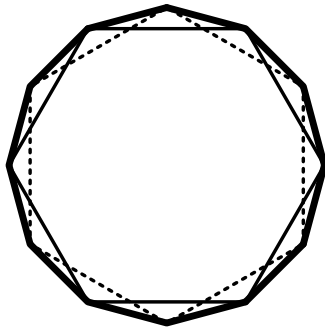


- (۱) ۲۸  
(۲) ۳۰  
(۳) ۳۱  
(۴) ۲۹

محل انجام محاسبات

۲۵- در یک دوزنقه متساوی الساقین دایره‌ای به مساحت  $\pi$  محاط شده است. اگر قاعده بزرگ دوزنقه ۴ برابر قاعده کوچک باشد، مساحت دوزنقه چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۴



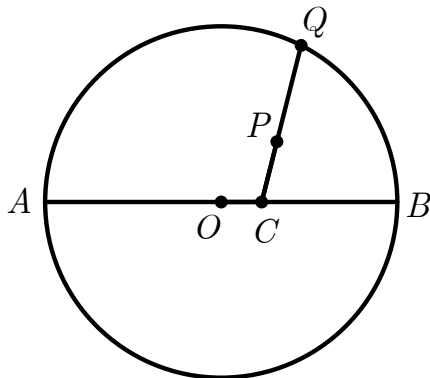
۲۶- یک شش ضلعی منتظم به ضلع واحد را حول مرکزش به اندازه  $30^\circ$  درجه دورتران داده‌ایم. از اتصال رئوس شش ضلعی اولیه و شش ضلعی دورتران یافته، دوازده ضلعی شکل حاصل شده است. مساحت این دوازده ضلعی کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $3\sqrt{3}$  (۳) ۶ (۴)  $2\sqrt{3}$

۲۷- ماتریس‌های مربعی  $A$  و  $B$  مفروضند به طوری که  $A^{1402} = O$  و  $AB = A + B$ . دترمینان ماتریس  $B$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)  $1402$

۲۸- دایره‌ی  $O$  به قطر  $AB$  و نقطه‌ی ثابت  $C$  بر روی  $AB$  مفروض است. نقطه‌ی دلخواه  $Q$  را بر دایره انتخاب می‌کنیم و بر روی  $QC$  (اما نامنتطبق بر  $A$  و  $B$ ) نقطه  $P$  را چنان انتخاب می‌کنیم که  $\frac{AC}{CB} = \frac{QC}{CP}$  باشد. مکان هندسی نقطه  $P$  کدام است؟



- (۱) دایره‌ی به مرکز  $O$   
 (۲) دایره‌ای به مرکز  $C$   
 (۳) دایره‌ای به مرکز نقطه‌ای روی قطر به غیر از  $O$  و  $C$   
 (۴) دو پاره‌خط موازی قطر  $AB$

۲۹- در مثلث  $ABC$ ، نقاط متغییر  $X$  و  $Y$  بر روی  $BC$  و  $BA$  طوری حرکت می‌کنند که همواره  $XY \parallel AC$ . اگر نقطه‌ی  $P$  محل تقاطع  $AX$  و  $CY$  باشد، مکان هندسی نقطه‌ی  $P$  کدام است؟

- (۱) نیمساز  $BD$  (۲) میانه  $BM$   
 (۳) ارتفاع  $BH$  (۴) عمودمنصف ضلع  $AC$

محل انجام محاسبات

۳۰- به چند روش می توان ۶ کتاب متمایز را در دو قفسه‌ی متفاوت چید به طوری که در هر قفسه حداقل ۲ کتاب داشته باشیم؟

- (۱) ۲۱۶۰ (۲) ۲۸۸۰ (۳) ۳۴۶۰ (۴) ۴۳۲۰

۳۱- یک چهارم زیر مجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  شامل عضو  $n$  هستند. این مجموعه چند زیرمجموعه‌ی ۱۴ عضوی دارد؟

- (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۱۲ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۲۴

۳۲- درون کیسه ای سه مهره‌ی آبی، چهار مهره‌ی سبز و پنج مهره‌ی قرمز داریم. به چند حالت می توان ۴ مهره از کیسه خارج کرد که در میان مهره‌های خارج شده، از هر سه رنگ داشته باشیم؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۶۰ (۳) ۲۵۵ (۴) ۲۷۰

۳۳- رقم یکان  $140 \cdot 2^{2023}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۳۴- اگر مجموعه‌ی  $[3]_7$  به ۳ زیر مجموعه‌ی  $[a]_m$  و  $[b]_m$  و  $[c]_m$  افزاز شده باشد، حاصل  $a + b + c - m$  برابر است با .....

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۳۵- باقی مانده‌ی تقسیم عدد  $2598 - 3400$  بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹

۳۶- اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد  $3 \overline{) 45 x 2}$  بر ۴۴ برابر ۱ باشد، رقم یکان بزرگ‌ترین عدد ممکن برای  $x^y$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۷- اگر مهرماه در سالی، شامل ۵ روز جمعه باشد، پانزدهم اردیبهشت ماه همان سال چه روزی از هفته می تواند باشد؟

- (۱) شنبه (۲) یکشنبه (۳) چهارشنبه (۴) جمعه

**محل انجام محاسبات**

۳۸- مجموع رقم های بزرگترین عدد سه رقمی برای  $x$  که در هر دو معادله ی  $۱۳x \equiv ۵$  ،  $۱۷x \equiv ۶$  کدام است؟

- ۱۲ (۱)      ۱۳ (۲)      ۱۴ (۳)      ۱۵ (۴)

۳۹- مجموع ارقام کوچک ترین عدد سه رقمی برای  $x$  که حاصل عبارت  $۲۱ + ۶x + ۲x^۲$  مضرب ۲۳ باشد کدام است؟

- ۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

۴۰- عماد بایستی برای یک موسسه خیریه، ۳۵۰ کیلو میوه خریداری نماید. برای این کار او می خواهد تعدادی هندوانه ی ۹ کیلویی و یا خربزه ی ۴ کیلویی خریداری نماید. اگر قیمت هر هندوانه ۵۰ هزار تومان و قیمت هر خربزه ۲۰ هزار تومان باشد، کمترین میزان پولی که عماد بایستی خرج نماید چه قدر است؟

- ۱) ۱/۷۶۰/۰۰۰ تومان      ۲) ۱/۸۴۰/۰۰۰ تومان  
۳) ۱/۸۸۰/۰۰۰ تومان      ۴) ۱/۹۲۰/۰۰۰ تومان

محل انجام محاسبات